



LISBON  
SCHOOL OF  
ECONOMICS &  
MANAGEMENT  
UNIVERSIDADE DE LISBOA

## Cap. 2 Programação por Metas

Sistemas de Apoio à Decisão

Optativa

## Programação por Metas - PM



### OBJETIVOS

- Formular problemas em PM
- Identificar problemas que podem ser resolvidos por PM
- Resolução: Solver/Excel; Graficamente (mais simples)
- Interpretar soluções

## Programação por Metas - PM



### PL - um único objetivo:

- minimizar custo total, ...
- maximizar receita total, ...

### Problemas reais - frequentemente vários objetivos (contraditórios):

- manter estáveis as margens
- minimizar os custos totais
- satisfazer um certo nível de emprego
- manter preços estáveis

## Programação por Metas - PM



**Programação por Metas** → uma forma de abordar mais do que um objetivo simultaneamente

Introduzida por Charnes & Cooper, 1961 – Management Models and Industrial Applications of Linear Programming, Wiley, New York

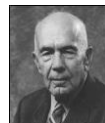
**Decisor** -> identificar as **metas** (objetivos) a atingir **hierarquizando-as**, tanto quanto possível, e definindo **penalidades**

Determinar a **melhor solução de compromisso**

**Metas Hierarquizadas / Metas Não Hierarquizadas**



Charnes  
(1917 – 1992)



Cooper  
(1914 – 2012)

## Programação por Metas - PM



### Metas Não Hierarquizadas

- Não existe uma hierarquia pré-definida para posicionar o decisor face à importância das metas a atingir
- Todas as metas têm importância semelhante, embora possam ser **ponderadas** de diferentes formas
- **Solver** - Minimização da **SOMA** ponderada dos desvios relativamente às metas!

## PM - Formulações



1) Definir TODAS as **Variáveis de Decisão** e especificar TODAS as **Metas a Atingir**

2) **Restrições:**

- i. Funcionais (imposições)
- ii. Sinal
- iii. Relativas a **Metas** - exprimem a relação entre as variáveis de decisão e as metas a atingir. Cada meta tem associada pelo menos uma restrição (valores desejáveis)

3) **Função Objetivo/Objetivo: Min**{soma dos desvios relativamente às metas}

a FO traduz o posicionamento do decisor face às diferentes metas, caso exista, estabelecendo-se para tal **graus de prioridade** e/ou **penalidades (ponderações)**

## PM - Formulações



Para cada **meta**/objetivo:

- a) Estabelece-se uma meta numérica específica e para cada meta  $i$  define-se

$d_i^-$  = desvio por defeito relativamente à meta fixada

$d_i^+$  = desvio por excesso relativamente à meta fixada

- b) penalizam-se os desvios, relativamente às metas estabelecidas

Pretende-se determinar a **melhor solução de compromisso**, ou seja a solução que minimiza os desvios para as metas identificadas ]  $\neq$  SO

## PM – Resolução no Solver/Excel



### Metas Não Hierarquizadas

Escrever o modelo em que a função objetivo é a soma ponderada de desvios das metas

Resolver no Solver como **um PL**

### Resposta:

Identificar a melhor solução de compromisso

e

especificar o grau de satisfação de cada meta

## PM – Exemplo 1



Numa fábrica são produzidos dois produtos, **P1** e **P2**, em duas secções, **S1** e **S2**. Cada secção tem capacidade igual a 60 h.m. e 40 h.h., respetivamente. A produção de uma unidade de **P1** necessita de 3 h.m. de **S1** e de 1 h.h. de **S2**, tendo uma margem bruta associada de 5 u.m.. Para a produção unitária de **P2** são necessárias 2 h.m. de **S1** e 2 h.h. de **S2**, sendo a margem bruta igual a 2 u.m.. A direção da fábrica estabeleceu as seguintes metas:

- M1) Atingir uma margem bruta mínima de 50 u.m.;
- M2) Tentar não recorrer a horas extraordinárias na secção **S2**;
- M3) Produzir exatamente 15 unidades de **P1**.

Analise a situação e elabore um relatório a enviar à direção com os dados e sugestões que considere úteis.

## Programação por Metas - PM



### Metas Hierarquizadas

- atribuem-se diferentes **níveis de prioridade** às diferentes metas a atingir
- a **FO** traduz o posicionamento do decisor face às diferentes metas, caso exista, estabelecendo-se para tal **graus de prioridade** e/ou **penalidades (ponderações)**
- uma meta de prioridade mais baixa só pode ser atingida entre as soluções que minimizam os desvios das metas de prioridade mais alta (nunca se prejudica uma prioridade mais alta para tentar satisfazer uma mais baixa)
- **Solver** - aplicações sucessivas
- **Resolução gráfica** (2 variáveis de decisão)

## PM – Resolução no Solver/Excel



**Metas Hierarquizadas** - Resolver 1 problema para cada grau de prioridade, começando no grau mais elevado (grau 1)

### Algoritmo

- 1) Resolver o 1º problema de PL no solver incluindo:
  - Restrições funcionais; Restrições da meta de grau 1; Restrições de Sinal
  - FO da meta de grau 1:  $Z_1 = \sum(\text{desvios ponderados})$
  - Seja  $Z_1^*$  o seu valor ótimo
- 2) Resolver o PL de grau de prioridade  $k$  ( $k = 2, \dots, r$ ), considerando:
  - Todas as restrições incluídas no PL de prioridade  $k - 1$
  - A nova restrição:  $Z_{k-1} = Z_{k-1}^*$  (para manter o nível de satisfação das metas mais prioritárias).

**Resposta:** Identificar a melhor solução de compromisso e especificar o grau de satisfação de cada meta

## PM – Resolução Gráfica



**Metas Hierarquizadas** – com  $r$  graus de prioridade

- 1) Identificar a região admissível,  $S_0$ , tendo em conta restrições de sinal e restrições funcionais
  - Fazer  $k = 1$**
- 2) Determinar em  $S_{k-1}$  o conjunto de pontos que **minimizam** os desvios associados à  $k$ -ésima meta mais prioritária, ou seja, determinar  $S_k \subseteq S_{k-1}$  tal que:
 
$$\min\{Z_k: \mathbf{x} \in S_{k-1}\}$$
- 3) **Se  $S_k$  for um conjunto singular, FIM**
  - c.c.,** incrementar  $k$ .
  - Se  $(k \leq r)$  voltar a 2, c.c., FIM**